2023年硕士研究生入学考试大纲

考试科目名称：泛函分析初步 考试时间：60分钟，满分：50分

1. 考试要求：

理解距离空间、赋范空间和巴拿赫空间的概念。掌握巴拿赫空间的基本性质、线性算子和线性泛函的基本知识；掌握开映射定理、闭图象定理、共鸣定理和哈恩-巴拿赫定理；理解对偶空间、自反空间和紧算子等概念。掌握希尔伯特空间的基本性质、希尔伯特空间正交化方法、投影定理及其应用。

**1.距离空间：**

(1) 理解距离空间的基本概念及性质；

(2) 理解距离空间中的点集及其上的映射的概念；

(3) 理解距离空间完备性的过程，掌握集合的类型；

(4) 理解准紧集及紧集的概念；

(5) 掌握不动点定理并会应用。

**2.巴拿赫空间与希尔伯特空间：**

(1) 理解巴拿赫空间相关的概念；

(2) 理解希尔伯特空间的概念；

(3) 理解希尔伯特空间中的正交系，会用施密特正交化定理。

**3.** **巴拿赫空间上的有界线性算子：**

(1) 理解有界线性算子的概念；

(2) 掌握巴拿赫开映射定理，闭图像定理；

(3) 掌握共鸣定理及其应用；

(4) 理解有界线性泛函的概念；

(5) 理解对偶空间，伴随算子的概念；

(6) 有界线性算子的谱与紧算子。

**4.** **希尔伯特空间上的有界线性算子：**

(1) 掌握希尔伯特空间的对偶空间与伴随算子；

(2) 掌握自伴算子的基本性质。

1. **考试内容**：

**1. 距离空间：**

(1) 距离空间的定义及例，距离空间中的收敛及其性质；

(2) 几类特殊的点集，稠密性与可分性；同胚，等距；

(3) 完备距离空间；第一及第二类型的集；

(4) 准紧集，紧集，全有界集；紧集上的连续映射；

(5) 压缩映射，不动点定理及应用。

**2. 巴拿赫空间与希尔伯特空间：**

(1) 赋范线性空间，巴拿赫空间；商空间；

(2) 内积空间，极化恒等式，希尔伯特空间；

(3) 正交与正交分解，规范正交系；施密特正交化定理。

**3.** **巴拿赫空间上的有界线性算子：**

(1) 有界线性算子的概念与性质，线性算子空间，算子的乘法；

(2) 开映射定理，逆算子定理，闭图像定理；

(3) 共鸣定理，傅里叶级数的发散问题；

(4) 有界线性泛函的延拓，哈恩-巴拿赫定理；

(5) 对偶空间，自反空间，伴随算子；

(6) 有界线性算子谱的基本性质；紧算子，有限秩算子。

**4.** **希尔伯特空间上的有界线性算子：**

(1) 希尔伯特空间上的有界线性算子，对偶空间，伴随算子；

(2) 自伴算子，正算子，单调自伴算子列。

**三、参考书目**

1．《实变函数与泛函分析基础》(第三版)，程其襄、张奠宙、魏国强等，高等教育出版社，2010，“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材；

2．《实变函数与泛函分析概要》(第四版)第二册，王声望、郑维行，高等教育出版社，2010，普通高等教育“十一五”国家级规划教材；

3．《泛函分析》(第二版)，刘炳初，科学出版社，2013，普通高等教育“十一五”国家级规划教材“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。